

Studi Komparatif Algoritma EKF, EKBF, UKF, dan UKBF untuk Estimasi *State of Charge* Baterai *Lead Acid* Berbasis Model *Thevenin* dan Simulasi Simulink

Satrio Prakoso¹, Arya Kusumawardana²

^{1,2}Fakultas Vokasi, Program Studi Teknologi Rekayasa Pembangkit Energi
Jl. Semarang 5 Malang 65145 Jawa Timur, Indonesia
arya.kusumawardana.ft@um.ac.id

Abstrak

Estimasi *State of Charge* yang akurat pada baterai *Lead-Acid* sangat penting untuk menjaga keandalan dan umur pakai sistem penyimpanan energi. Penelitian ini melakukan studi komparatif empat algoritma estimasi Extended Kalman Filter, Extended Kalman–Bucy Filter, Unscented Kalman Filter, dan Unscented Kalman–Bucy Filter yang diimplementasikan pada model Thevenin orde dua. Parameter baterai diperoleh melalui pengujian *pulse discharge–relaxation* serta pengukuran *Open Circuit Voltage* berarus kecil pada suhu 30 °C, 40 °C, dan 50 °C. Hasil simulasi menunjukkan bahwa Unscented Kalman Filter dan Unscented Kalman–Bucy Filter memberikan akurasi dan stabilitas terbaik pada berbagai kondisi operasi, sedangkan Extended Kalman Filter dan Extended Kalman–Bucy Filter cenderung kurang stabil terutama pada rentang *State of Charge* rendah akibat keterbatasan proses linearisasi. Temuan ini mengindikasikan bahwa algoritma berbasis Unscented lebih sesuai untuk aplikasi *Battery Management System* pada baterai *Lead-Acid*.

Kata kunci: Baterai *Lead-Acid*; *State of Charge*; Model Thevenin; Kalman Filter

Abstract

State of Charge estimation is essential for ensuring the reliability and lifetime of Lead-Acid battery energy storage systems. This study presents a comparative analysis of four estimation algorithms Extended Kalman Filter, Extended Kalman–Bucy Filter, Unscented Kalman Filter, and Unscented Kalman–Bucy Filter implemented on a second order Thevenin model. Battery parameters were obtained through pulse discharge–relaxation tests and low-current Open Circuit Voltage measurements conducted at 30 °C, 40 °C, and 50 °C. Simulation results indicate that Unscented Kalman Filter and Unscented Kalman–Bucy achieve the highest accuracy and stability under various operating conditions, while Extended Kalman Filter and Extended Kalman–Bucy Filter show reduced reliability at low State of Charge due to linearization limitations. These findings demonstrate that Unscented based algorithms are more suitable for Battery Management System applications in Lead-Acid batteries.

Keywords: *Lead-Acid Battery*; *State of Charge*; *Thevenin Model*; *Kalman Filter*

I. PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi kendaraan listrik dan sistem penyimpanan energi mendorong peningkatan kebutuhan terhadap metode estimasi *State of Charge* (SoC) yang akurat dan andal pada berbagai jenis baterai, termasuk *Lithium-Ion* dan *Lead-Acid*. Akurasi estimasi SoC sangat penting untuk menjaga

keamanan operasi, memperpanjang umur pakai baterai, dan meningkatkan efisiensi manajemen energi [1], [2]. Berbagai tinjauan terbaru menunjukkan bahwa tantangan utama berasal dari karakteristik elektrokimia baterai yang bersifat nonlinear, dipengaruhi oleh suhu, laju arus, *aging*, serta fenomena polarisasi internal [3]. Hal ini membuat pendekatan pengukuran langsung

tegangan tidak cukup representatif, sehingga diperlukan metode estimasi berbasis model dan algoritma cerdas yang lebih adaptif.

Pada baterai *Lithium-Ion*, berbagai metode estimasi telah dikembangkan, mencakup model matematis, teknik optimasi, Kalman Filter, serta metode berbasis *machine learning* seperti LSTM dan Isolation Forest [1], [4], [5], [6], [7], [8], [9]. Studi mendalam menunjukkan bahwa pendekatan Kalman Filter dan turunannya tetap menjadi teknik yang dominan karena kestabilan, interpretabilitas, dan kemampuannya mengakomodasi *noise* serta ketidakpastian sistem [2], [4], [6], [8]. Model *Equivalent Circuit Model* (ECM), termasuk model *Thevenin* dan *RC network*, banyak digunakan untuk menangkap dinamika baterai dengan kompleksitas yang relatif rendah [7], [10]. Untuk sistem nonlinier, algoritma seperti Unscented Kalman Filter (UKF) dan *Square Root* UKF terbukti memberikan performa estimasi yang lebih baik dibanding Extended Kalman Filter (EKF), karena tidak memerlukan linearisasi Jacobian [4], [6], [9].

Sementara itu, baterai *Lead-Acid* masih menjadi pilihan utama pada aplikasi industri dan energi terbarukan karena biaya rendah, keandalan tinggi, serta kemampuan menyediakan arus besar [11], [12], [13]. Namun, karakteristiknya yang sangat dipengaruhi temperatur dan polarisasi internal membuat estimasi SoC lebih menantang dibanding *Lithium-Ion* [12], [14], [15]. Penelitian mutakhir menunjukkan bahwa performa estimasi SoC pada baterai *Lead-Acid* dapat ditingkatkan melalui penggunaan model dinamis RC orde dua dan optimasi parameter berbasis *pulse test* [14], serta algoritma estimasi adaptif seperti Adaptive EKF, Adaptive UKF, dan metode berbasis deep learning [5], [11], [15], [16]. Khususnya, UKF dan varian adaptifnya terbukti memberikan akurasi lebih tinggi dibanding EKF pada kondisi nonlinier dan perubahan temperatur yang signifikan [5], [16], [17].

Selain metode diskrit, penelitian terbaru memperkenalkan pendekatan Kalman–Bucy Filter (KBF), Extended KBF (EKBF), dan Unscented KBF (UKBF) yang bekerja pada domain waktu kontinu, sehingga lebih sesuai untuk sistem baterai dengan dinamika cepat [18]. Studi pada baterai *Lithium-Ion* menunjukkan bahwa UKBF mampu memberikan estimasi yang lebih halus dan stabil dibanding EKF maupun UKF [18]. Namun, penelitian komparatif yang sistematis pada baterai *Lead-Acid* masih terbatas, khususnya yang mengkaji performa EKF, EKBF, UKF, dan UKBF secara bersamaan menggunakan model RC orde dua sebagai representasi dinamis.

Berdasarkan kajian literatur tersebut, terdapat kebutuhan untuk melakukan studi komprehensif

mengenai perbandingan empat algoritma Kalman Filter yaitu EKF, EKBF, UKF, dan UKBF pada baterai *Lead-Acid* dengan mempertimbangkan efek temperatur dan dinamika RC. Penelitian ini bertujuan mengisi celah tersebut dengan menyajikan pemodelan baterai *Lead-Acid* berbasis model *Thevenin* orde dua, estimasi parameter melalui pengujian *pulse discharge*, serta evaluasi performa keempat algoritma terhadap data eksperimen aktual. Hasil penelitian diharapkan dapat memberikan rekomendasi metode estimasi SoC yang paling akurat dan stabil untuk diterapkan dalam *Battery Management System* (BMS) modern.

II. METODE PENELITIAN

A. Model Baterai

Pada penelitian ini, baterai *Lead-Acid* berkapasitas 7 Ah dimodelkan menggunakan pendekatan *Thevenin*. *Thevenin model* digunakan karena mampu menangkap dinamika tegangan akibat perubahan arus, polarisasi, serta perubahan karakteristik akibat variasi suhu, sambil mempertahankan kompleksitas komputasi yang rendah sehingga mudah diintegrasikan ke dalam algoritma estimasi *real time*. Penelitian ini menggunakan model *Thevenin* orde 2, terdiri dari dua cabang RC yang dapat dilihat pada gambar 1. Dua cabang ini digunakan untuk merepresentasikan dua konstanta waktu polarisasi yang muncul secara dominan pada baterai *Lead-Acid*, yaitu polarisasi cepat (*fast transient*) dan polarisasi lambat (*slow transient*). Struktur yang digunakan dapat memberikan akurasi serta efisiensi proses komputasi, sehingga sesuai untuk diaplikasikan dalam model estimator SoC berbasis algoritma EKF, EKBF, UKF, dan UKBF. Model ini mengacu pada (1) hingga (4).

$$\frac{dSOC}{dt} = -\frac{i}{3600AH} \quad (1)$$

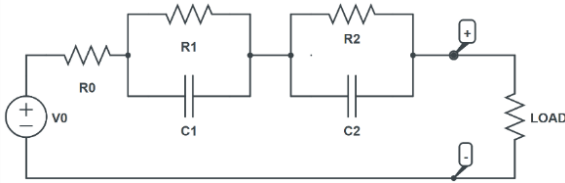
$$\frac{dV_1}{dt} = -\frac{i}{C_1(SOC,T)} - \frac{V_1}{R_1(SOC,T)C_1(SOC,T)} \quad (2)$$

$$\frac{dV_2}{dt} = -\frac{i}{C_2(SOC,T)} - \frac{V_2}{R_2(SOC,T)C_2(SOC,T)} \quad (3)$$

$$V_t = V_0(SOC, T) - iR_0 - V_1 - V_2 \quad (4)$$

Pada persamaan satu dijelaskan bagaimana tegangan baterai yang terukur merupakan kombinasi antara karakteristik elektrokimia (OCV) dan respon dinamis terhadap arus. Tegangan terminal V_t merupakan hasil interaksi antara sumber tegangan OCV-SoC mewakili kondisi energi internal baterai, kemudian dikurangi oleh tiga komponen penurunan tegangan, yaitu penurunan instan akibat resistansi internal R_0 serta dua penurunan tegangan polarisasi

VP1 dan VP2. Masing-masing cabang RC memiliki konstanta waktu yang menentukan kecepatan respon dinamisnya yang direpresentasikan dalam persamaan dua, nilai τ_1 yang lebih kecil umumnya menggambarkan respon cepat, sedangkan τ_2 yang lebih besar menunjukkan respon yang lebih lambat. Dinamika polarisasi yang terjadi direpresentasikan dalam persamaan tiga yang mewakili setiap cabang RC pada model.



Gambar 1. Model Thevenin orde dua

B. Kalman Filter

Algoritma kalman filter memiliki berbagai varian pengembangan yang dirancang untuk meningkatkan akurasi estimasi pada sistem nonlinier, dengan menggunakan metode pendekatan linearization maupun transformasi sigma point. Penelitian ini berfokus pada empat algoritma kalman filter yaitu, EKF, EKBF, UKF, dan UKBF, karena keempat algoritma tersebut dianggap paling relevan untuk estimasi SoC baterai berbasis model *Thevenin* yang bersifat nonlinier. Perbandingan antara empat model kalman filter yang digunakan ditampilkan pada tabel 1.

Tabel 1. Perbandingan model Kalman filter

Aspek	EKF	EKBF	UKF	UKBF
Jenis Waktu Pemrosesan	Diskrit	Kontinu	Diskrit	Kontinu
Metode Penanganan Nonlinearitas	Linearization menggunakan Jacobian	Linearization kontinu menggunakan Jacobian	Unscented Transform tanpa Jacobian	Unscented Transform versi kontinu
Keunggulan	Cepat dan sederhana	Cocok untuk simulasi kontinu real-time	Akurat untuk sistem sangat nonlinier	Akurasi tertinggi, respons halus & kontinu
Kelemahan	Error jika nonlinieritas kuat	Sensitif terhadap noise kontinu & Jacobian	Lebih mahal komputasi daripada EKF	Paling berat komputasi & lebih kompleks

Cocok untuk Model Baterai	Model linier	Sistem kontinu seperti Simscape	Sistem sangat nonlinier (OCV-SOC, RC dinamis)	Sistem sangat nonlinier + simulasi kontinu
Jenis Update	Prediction-Correction tiap langkah waktu	Prediction-Correction kontinu	Sigma point propagation lalu update	Sigma point propagation kontinu

Untuk mengimplementasikan Kalman Filter pada model baterai dua RC, diperlukan formulasi fungsi keadaan dan fungsi pengamatan yang menggambarkan evolusi SoC serta dinamika tegangan polarisasi sebagaimana (5) hingga (7).

$$X = [SOC \ V_1 \ V_2]^T \tag{5}$$

$$f(x, i) = \begin{bmatrix} \frac{i}{C_1(SOC, T)} - \frac{V_1}{R_1(SOC, T)C_1(SOC, T)} \\ \frac{i}{C_2(SOC, T)} - \frac{V_2}{R_2(SOC, T)C_2(SOC, T)} \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$h(x, i) = V_0(SOC, T) - iR_0 - V_1 - V_2 \tag{7}$$

1) *Extended Kalman Filter*: EKF memperkirakan SoC dengan melinearisasi model baterai menggunakan Jacobian sebagaimana ditunjukkan pada (8) dan (9), yang merepresentasikan sensitivitas model keadaan dan model pengukuran terhadap variabel internal. Bentuk diskrit Jacobian untuk baterai dua cabang RC pada (10) dan (11) digunakan untuk memodelkan evolusi SoC serta dinamika tegangan polarisasi. Proses estimasi diawali dengan inialisasi keadaan dan kovarians awal pada (12) dan (13), kemudian masuk ke tahap prediksi pada (14) dan (15), di mana EKF memproyeksikan keadaan dan ketidakpastiannya berdasarkan arus masukan dan model baterai. Ketika tegangan terminal baru diperoleh, koreksi dilakukan melalui gain Kalman sebagaimana pada (16), sehingga prediksi diperbaiki sesuai deviasi antara tegangan terukur dan tegangan model. Akhirnya, pembaruan keadaan dan kovarians pada (17) dan (18) menghasilkan estimasi SoC yang merupakan kombinasi optimal antara prediksi dan pengukuran. Dengan mekanisme ini, EKF mampu mengikuti dinamika baterai meskipun model bersifat nonlinier.

$$F = \frac{\partial f}{\partial x} \tag{8}$$

$$H = \frac{\partial f}{\partial x} \quad (9)$$

Bentuk diskrit dari jacobian.

$$F_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{-T_s}{e^{R_1 C_1}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$H_d = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{oc}}{\partial SOC} & -1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Inisialisasi.

$$\hat{X}(0|0) \quad (12)$$

$$\hat{P}(0|0) \quad (13)$$

Prediksi.

$$\hat{X}(k+1|k) = f(\hat{X}(k|k), i) \quad (14)$$

$$\hat{P}(k+1|k) = F_d(k)\hat{P}(k|k)F_d^T(k) + Q \quad (15)$$

Koreksi.

$$K(k+1) = \hat{P}(k+1|k)H_d^T(k)(H_d(k)\hat{P}(k+1|k)H_d^T(k) + R)^{-1} \quad (16)$$

$$\hat{X}(k+1|k+1) = \hat{X}(k+1|k) + K(k+1)(V_t(k) - h(\hat{X}(k|k), i)) \quad (17)$$

$$\hat{P}(k+1|k+1) = (I - K(k+1)H_d)\hat{P}(k+1|k) \quad (18)$$

2) *Extended Kalman–Bucy Filter*: EKBF digunakan untuk melakukan estimasi SoC secara kontinu. Pada (19) dan (20), kondisi awal sistem dan kovarians ditetapkan sebagai dasar estimasi. Gain Kalman kontinu dihitung melalui (21), sedangkan dinamika estimasi keadaan diperbarui mengikuti (22), yang menggabungkan model baterai dan koreksi *error* pengukuran. Perubahan kovarians estimasi dijelaskan pada (23), dipengaruhi oleh Jacobian sistem dan noise proses. Adapun Jacobian untuk model dan pengukuran diberikan pada (24) dan (25). Dengan formulasi ini, EKBF mampu menghasilkan estimasi SOC yang lebih halus pada sistem dengan dinamika waktu kontinu.

$$\hat{x}(t_0) \quad (19)$$

$$\hat{P}(t_0) \quad (20)$$

Prediksi dan koreksi.

$$K(t) = P(t)H^T(t)R^{-1}(t) \quad (21)$$

$$\frac{d\hat{X}(t)}{dt} = f(\hat{X}(t), i(t)) + K(t)(V_T(t) - h(\hat{X}(t), i(t))) \quad (22)$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = F(t)P(t) + P(t)F^T(t) + Q(t) -$$

$$K(t)H(t)P(t) \quad (23)$$

Dimana:

$$F = \frac{\partial f}{\partial x} \quad (24)$$

$$H = \frac{\partial h}{\partial x} \quad (25)$$

3) *Unscented Kalman Filter*: UKF memulai proses estimasi dengan inisialisasi keadaan serta kovarians sebagai dasar propagasi sebagaimana pada (26) dan (27). Sigma points kemudian dibangkitkan pada (28) dan diberi bobot sesuai (29) dan (30), pada tahap ini, n merepresentasikan dimensi vektor keadaan x , sementara parameter λ dihitung menggunakan $\lambda = \alpha^2(n+k) - n$, dengan $\alpha \in [0, 1]$ yang mengatur jarak sigma points dari titik tengah, serta $\beta = 2$ dan $\kappa = 0$ sebagai nilai umum pada distribusi Gaussian. Selain itu, $(\sqrt{(n+\lambda)P})_i$ menunjukkan baris atau kolom ke- i dari akar matriks kovarians \sqrt{cP} , yang dihitung menggunakan metode stabil seperti dekomposisi *Cholesky*. Untuk merepresentasikan distribusi keadaan tanpa linearisasi. Setiap sigma point diproyeksikan melalui model dinamis pada (31), lalu dirata-ratakan untuk memperoleh prediksi keadaan seperti pada (32), sedangkan kovarians prediksi dihitung melalui (33). Prediksi pengukuran diperoleh pada (34) dan (35), yang dilanjutkan dengan perhitungan kovarians pengukuran serta kovarians silang pada (36) dan (37). Nilai-nilai tersebut digunakan untuk menentukan gain Kalman pada (38), sebelum UKF melakukan pembaruan akhir keadaan dan kovarians pada (39) dan (40), sehingga menghasilkan estimasi SoC yang telah dikoreksi berdasarkan informasi prediksi maupun pengukuran aktual.

$$\hat{x}(0|0) \quad (26)$$

$$\hat{P}(0|0) \quad (27)$$

Pemilihan *sigma points* $x^{(i)}(k|k)$.

$$x^{(i)}(k|k) = \begin{cases} \hat{X}(k+1|k) & i = 1 \\ \hat{X}(k+1|k) + (\sqrt{(n+\lambda)P(k|k)})_i & i = 2, \dots, n+1 \\ \hat{X}(k+1|k) - (\sqrt{(n+\lambda)P(k|k)})_i & i = n+2, \dots, 2n+1 \end{cases} \quad (28)$$

$$W_m^{(i)} = \begin{cases} \frac{\lambda}{n+\lambda} & i = 1 \\ \frac{1}{2(n+\lambda)} & i \neq 1 \end{cases} \quad (29)$$

$$W_c^{(i)} = \begin{cases} \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) & i = 1 \\ \frac{1}{2(n+\lambda)} & i \neq 1 \end{cases} \quad (30)$$

Prediksi *sigma point*.

$$\hat{x}^{(i)}(k+1|k) = f(\hat{x}^{(i)}(k|k), i(k)) \quad (31)$$

$$\hat{x}^{(i)}(k+1|k) = \sum_{i=1}^{2n+1} W_m^{(i)} \hat{x}^{(i)}(k+1|k) \quad (32)$$

Prediksi *covariance state*.

$$P(k+1|k) = \sum_{i=1}^{2n+1} W_c^{(i)} (\hat{x}^{(i)}(k+1|k) - \hat{x}(k+1|k)) \cdot (\hat{x}^{(i)}(k+1|k) - \hat{x}(k+1|k))^T + Q \quad (33)$$

Prediksi variable hasil pengukuran.

$$V_t^{(i)}(k+1|k) = h(\hat{x}^{(i)}(k+1|k), i(k)) \quad (34)$$

$$\hat{V}_t(k+1|k) = \sum_{i=1}^{2n+1} W_m^{(i)} \hat{V}_t^{(i)}(k+1|k) \quad (35)$$

Estimasi kovariansi pengukuran (P_y) dan kovariansi silanga antara state dan pengukuran (P_{xy}).

$$P_y = \sum_{i=1}^{2n+1} W_c^{(i)} (\hat{V}_t^{(i)}(k+1|k) - \hat{V}_t(k+1|k)) \cdot (\hat{V}_t^{(i)}(k+1|k) - \hat{V}_t(k+1|k))^T + R \quad (36)$$

$$P_{xy} = \sum_{i=1}^{2n+1} (\hat{X}^{(i)}(k+1|k) - \hat{X}(k+1|k)) \cdot (\hat{V}_t^{(i)}(k+1|k) - \hat{V}_t(k+1|k))^T \quad (37)$$

Kalman gain.

$$K(k+1) = P_{xy} P_y^{-1} \quad (38)$$

Koreksi terhadap state dan kovariansi state.

$$\hat{X}(k+1|k+1) = \hat{X}(k+1|k) + K(k+1)(V_t(k+1) - \hat{V}_t(k+1|k)) \quad (39)$$

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) + K(k+1)P_y K^T(k+1) \quad (40)$$

4) *Unscented Kalman-Bucy Filter*: Sebagai varian kontinu dari UKF, UKBF memproses sigma-point dalam bentuk persamaan diferensial untuk mengikuti dinamika baterai yang cepat. Gain filter dihitung pada (41), sementara evolusi kovarians dijelaskan melalui (42). Pembaruan sigma-point dilakukan pada (43), dengan struktur sigma-point ditentukan oleh (44) dan fungsi Φ pada (45). Bobot mean dan kovarians diberikan dalam (46) dan (47), sedangkan parameter c pada (48) mengatur penyebaran sigma-point. Komponen kolom propagasi sigma-point dijelaskan pada (49). Dengan formulasi ini, UKBF mampu menghasilkan estimasi SoC kontinu yang lebih halus pada sistem sangat nonlinier.

$$K(t) = X(t)W h^T(X(t), t)R^{-1}(t) \quad (41)$$

$$M(t) = A^{-1}(t) [X(t)W f^T(X(t), t) + f(X(t), t)W X^T(t) + Q(t) - K(t)R(t)K^T(t)]A^{-T}(t) \quad (42)$$

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = f(X(t), t)W_m + K(t)(V_t(t) - h(X(t), t)W_m) + \sqrt{c} [0 \quad A(t)\Phi(M(t)) \quad -A(t)\Phi(M(t))]_i \quad (43)$$

$$X(t) = [m(t) \quad \dots \quad m(t)] + \sqrt{c} [0 \quad A(t) \quad -A(t)] \quad (44)$$

$$\Phi_{ij}(M(t)) = \begin{cases} M_{ij}(t), & i > j \\ 0.5M_{ij}(t), & i = j \\ 0, & i < j \end{cases} \quad (45)$$

$$W_m = [W_m^{(1)} \quad \dots \quad W_m^{(2n+1)}]^T \quad (46)$$

$$W = (1 - [W_m \quad \dots \quad W_m]diag(W_c^{(1)} \quad \dots \quad W_m^{(2n+1)})(I - [W_m \quad \dots \quad W_m])^T \quad (47)$$

$$c = \alpha^2(n+k) \quad (48)$$

$$[0 \quad A(t)\Phi(M(t)) \quad -A(t)\Phi(M(t))]_i \quad (49)$$

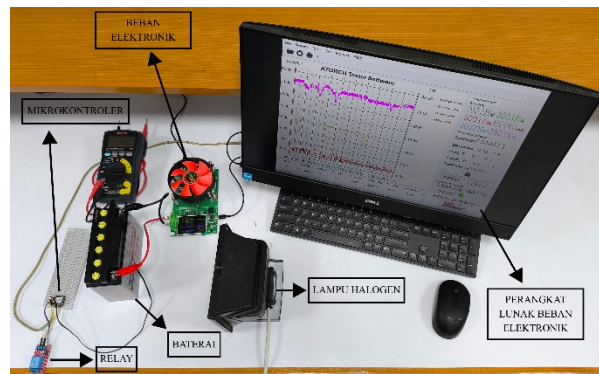
C. Pengumpulan Data dan Experiment Setup

Pengumpulan data dilakukan untuk memperoleh karakteristik dinamis serta OCV dari baterai *Lead-Acid* 12 V 7 Ah yang digunakan dalam penelitian ini. Spesifikasi lengkap baterai yang diuji disajikan pada tabel 2 sebagai acuan dasar dalam penentuan parameter nominal seperti kapasitas, tegangan, dan batas operasi. Informasi spesifikasi ini penting karena menjadi referensi awal untuk proses *coulomb counting*, batas tegangan pemutusan, serta validasi parameter model *Thevenin* yang diperoleh.

Tabel 2. Dataset baterai

Parameter	Nilai Spesifikasi
Tipe Kimia	<i>Lead-Acid</i>
Tegangan Nominal	12 V
Kapasitas Nominal	7 Ah (0,7C rate)
CCA	80 A (Pada -18°C)
Arus Maksimum Charge	0.9 A
Tegangan Cut-off Discharge	10.0 V
Berat	3.1 kg
Dimensi (P x L x T)	151 x 65 x 94 mm

Seluruh proses akuisisi data dilakukan menggunakan *electronic load* DL24 yang terintegrasi dengan perangkat lunak komputer melalui koneksi USB, memungkinkan perekaman arus, tegangan, suhu, dan waktu secara *real time* dengan interval sampling yang stabil. Baterai ditempatkan di dalam ruang uji bersuhu terkontrol menggunakan lampu halogen sebagai elemen pemanas, dengan temperatur dijaga pada setpoint 30°C, 40°C, dan 50°C melalui sistem kontrol berbasis *microcontroller* yang membaca sensor suhu digital dan mengatur pemanas melalui modul relay.

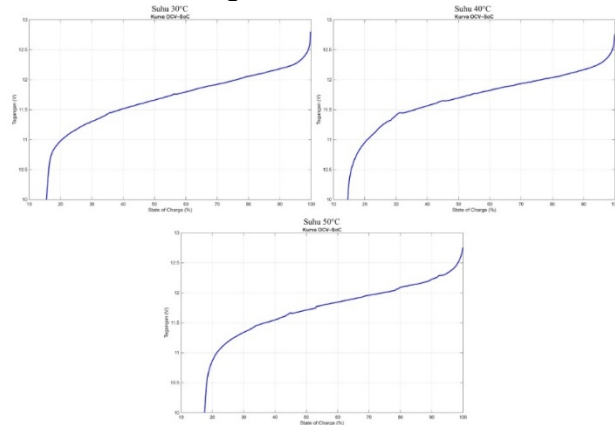


Gambar 2. Setup

Proses pengambilan data dilakukan menggunakan dua metode utama. Pertama, metode *pulse discharge-relaxation* pada arus 1C dengan siklus 2,5 menit *discharge* dan 5 menit relaksasi hingga mencapai tegangan *cutoff*. Metode ini digunakan untuk memetakan

respon transien baterai, sehingga parameter resistansi ohmik dan dua cabang RC pada model *Thevenin* orde dua dapat diidentifikasi secara akurat. Kedua, pengujian *discharge* arus rendah pada 0.05C dilakukan untuk memperoleh tegangan mendekati kondisi kesetimbangan, yang selanjutnya digunakan membentuk kurva OCV–SoC. Kedua rangkaian pengujian tersebut diulang sebanyak tiga kali pada masing-masing kondisi temperatur untuk memastikan reproduisibilitas dan memastikan bahwa efek temperatur terhadap karakteristik baterai terekam dengan baik.

Pengujian discharge arus rendah sebesar 0.05C dilakukan untuk memperoleh karakteristik OCV–SoC baterai *Lead-Acid*. Dengan arus yang sangat kecil, efek polarisasi dapat diabaikan sehingga tegangan terminal yang terukur merepresentasikan kondisi kesetimbangan baterai. Data hasil pengujian digunakan untuk membentuk kurva OCV–SoC yang bersifat nonlinier dan bergantung pada suhu, yang selanjutnya digunakan sebagai referensi utama dalam fungsi pengukuran pada model baterai dan algoritma estimator SoC.



Gambar 3. Kurva hubungan OCV–SoC

Gambar 3 menunjukkan kurva OCV–SoC pada suhu 30 °C, 40 °C, dan 50 °C dengan pola yang konsisten, yaitu gradien tegangan yang curam pada SoC rendah, daerah SoC menengah dengan perubahan tegangan relatif landai, serta kenaikan tegangan yang kembali signifikan mendekati SoC penuh. Peningkatan suhu menyebabkan nilai OCV cenderung lebih tinggi pada SoC yang sama akibat peningkatan aktivitas elektrokimia dan penurunan resistansi internal. Karakteristik ini menegaskan bahwa kurva OCV–SoC bersifat *temperature dependent* dan sangat nonlinier pada SoC rendah, sehingga berpengaruh langsung terhadap sensitivitas dan akurasi estimasi SoC, khususnya pada algoritma berbasis Kalman Filter.

D. Pengumpulan Data dan Experiment Setup

Estimasi parameter model *Thevenin* orde dua dilakukan menggunakan skrip MATLAB yang memproses data arus dan tegangan hasil uji *pulse discharge-relaxation*. Data terlebih dahulu dibersihkan dan dibangun vektor waktunya, kemudian SoC awal

dihitung menggunakan *coulomb counting*. Titik-titik relaksasi diidentifikasi dari segmen berarus rendah untuk membentuk kurva OCV–SoC, yang kemudian dihaluskan menggunakan interpolasi PCHIP atau *polynomial fitting* apabila data relaksasi terbatas. Kurva OCV ini menjadi referensi utama dalam simulasi model.

Parameter yang diestimasi meliputi resistansi ohmik R_0 , pasangan RC polarisasi (R_1, C_1) dan (R_2, C_2), SoC awal, serta beberapa parameter koreksi seperti *capacity scaling*, *current bias*, dan *voltage offset*. Simulasi tegangan dilakukan dengan memperbarui SoC dan dinamika dua cabang RC pada setiap langkah waktu, lalu menghitung tegangan terminal berdasarkan OCV, resistansi internal, dan tegangan polarisasi. Selisih antara tegangan simulasi dan data digunakan sebagai residual yang diberi bobot pada fase SoC rendah agar fitting lebih stabil. Optimasi parameter dilakukan menggunakan *least-squares* (*lsqnonlin*) atau *nonlinear search* (*fminsearch*), menghasilkan parameter terbaik yang meminimalkan *error* tegangan. Parameter akhir ini digunakan dalam model baterai Simulink sebagai dasar estimasi EKF, EKBF, UKF, dan UKBF. Proses estimasi parameter direpresentasikan dengan algoritma berikut.

Algoritma Estimasi Parameter baterai	
1.	MULAI
2.	Muat data (I, V), buat vektor waktu, bersihkan NaN
3.	Hitung SoC awal (coulomb counting)
4.	Identifikasi titik relaksasi → bentuk OCV(SoC) dengan spline / polinomial
5.	Inisialisasi parameter 2-RC + koreksi: x = [R0, R1, C1, R2, C2, SoC0, ...]
6.	Simulasi tegangan: untuk setiap t: perbarui SoC perbarui RC1 dan RC2 hitung Vsim
7.	Definisikan residual = w × (Vsim - V_data)
8.	Optimasi → peroleh x_hat
9.	Hitung Vsim akhir + residual, tampilkan hasil & plot
10.	SELESAI

Optimasi parameter dilakukan menggunakan *least-squares* (*lsqnonlin*) atau *nonlinear search* (*fminsearch*), menghasilkan parameter terbaik yang meminimalkan *error* tegangan. Parameter akhir ini digunakan dalam model baterai Simulink sebagai dasar estimasi EKF, EKBF, UKF, dan UKBF.

E. Pengumpulan Data dan Experiment Setup

Implementasi algoritma estimasi SoC dalam penelitian ini dilakukan menggunakan blok SoC Estimator (Kalman Filter) pada Simulink, yang menyediakan empat varian algoritma Kalman Filter, yaitu Extended Kalman Filter, Extended Kalman–Bucy

Filter, Unscented Kalman Filter, dan Unscented Kalman–Bucy Filter. Seluruh algoritma tersebut digunakan dalam konfigurasi *default* bawaan Simulink, sehingga struktur matematis, skema prediksi koreksi, serta formulasi Jacobian maupun sigma points mengikuti implementasi resmi MATLAB tanpa modifikasi internal terhadap persamaan algoritmanya.

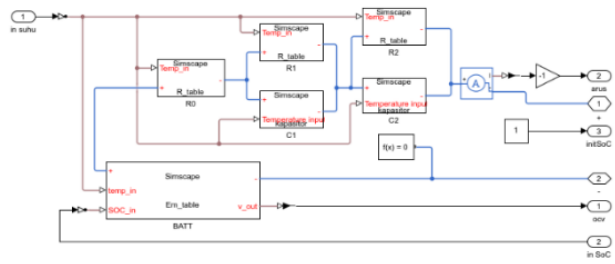
Penyesuaian yang dilakukan hanya pada parameter yang berkaitan langsung dengan karakteristik fisik baterai, yaitu nilai R_0 , R_1 , C_1 , R_2 , C_2 , kurva OCV–SoC, dan kapasitas baterai, yang diperoleh dari proses estimasi parameter sebelumnya. Parameter lain seperti kovariansi noise proses (Q), noise pengukuran (R), parameter sigma points (α , β , κ) untuk UKF dan UKBF, serta struktur filter diatur sesuai nilai default Simulink karena telah dioptimalkan untuk kestabilan estimasi pada model baterai berbasis *Thevenin*.

Setelah seluruh parameter baterai dimasukkan, blok estimator dihubungkan dengan *battery model subsystem* yang berisi model *Thevenin* orde dua. Input arus diberikan ke model baterai dan estimator secara paralel, sedangkan tegangan terminal dari model digunakan sebagai input pengukuran bagi filter. Dengan konfigurasi ini, keempat filter dapat dijalankan dalam satu lingkungan simulasi yang sama sehingga mempermudah proses perbandingan performa.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

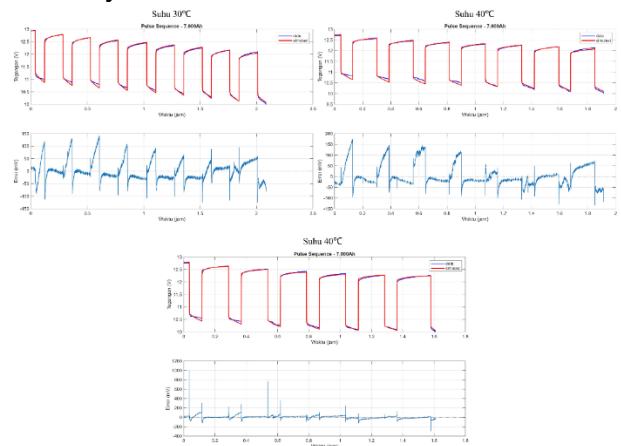
A. Model Baterai

Model baterai yang digunakan dalam penelitian ini dibangun menggunakan pendekatan *Thevenin* orde dua yang terdiri dari resistansi ohmik R_0 serta dua cabang RC yang merepresentasikan polarisasi cepat dan lambat. Struktur ini dipilih karena mampu menangkap dinamika tegangan terminal baterai *Lead-Acid* secara akurat, terutama selama kondisi transien seperti *pulse discharge* maupun fase relaksasi, sekaligus tetap ringan secara komputasi untuk digunakan dalam algoritma estimasi SoC berbasis Kalman Filter. Implementasi model pada Simulink disusun menggunakan blok Simscape, yang memuat tabel karakteristik OCV–SoC, elemen resistif dan kapasitif yang bergantung pada suhu, serta pemrosesan arus secara paralel untuk menghasilkan tegangan terminal V_t yang mendekati respon baterai nyata. Gambar model baterai pada Simulink ditampilkan pada gambar 4.



Gambar 4. Model Baterai

Proses fitting juga menghasilkan parameter R_0 , R_1 , C_1 , R_2 , dan C_2 yang berbeda pada tiap suhu, mencerminkan pengaruh temperatur terhadap karakteristik elektrokimia baterai. Pada 30°C diperoleh nilai $R_0 = 200 \text{ m}\Omega$, $R_1 = 58.810 \text{ m}\Omega$, $C_1 = 6323.8 \text{ F}$, $R_2 = 43.745 \text{ m}\Omega$, $C_2 = 80.2 \text{ F}$. Pada 40°C, nilai R_1 menurun menjadi $56.376 \text{ m}\Omega$ dan C_1 meningkat menjadi 7747.3 F , sementara R_2 dan C_2 berubah menjadi $51.713 \text{ m}\Omega$ dan 31.9 F . Pada 50°C terjadi perubahan lebih signifikan, yaitu R_1 turun menjadi $34.872 \text{ m}\Omega$, sedangkan R_2 meningkat hingga $90.135 \text{ m}\Omega$ dengan nilai C_2 yang mengecil menjadi 14.6 F . Perubahan ini konsisten dengan perilaku baterai yang menjadi lebih konduktif (penurunan polarisasi cepat) namun menunjukkan dinamika polarisasi lambat yang lebih kuat pada temperatur tinggi. Secara keseluruhan, hasil *fitting* dengan residual rata-rata hanya beberapa mili-volt menunjukkan bahwa model *Thevenin* orde dua mampu merepresentasikan baterai secara akurat pada berbagai kondisi suhu, sehingga layak digunakan sebagai basis untuk pengujian performa algoritma EKF, EKBF, UKF, dan UKBF pada tahap berikutnya.



Gambar 5. Tegangan Hasil Pengujian

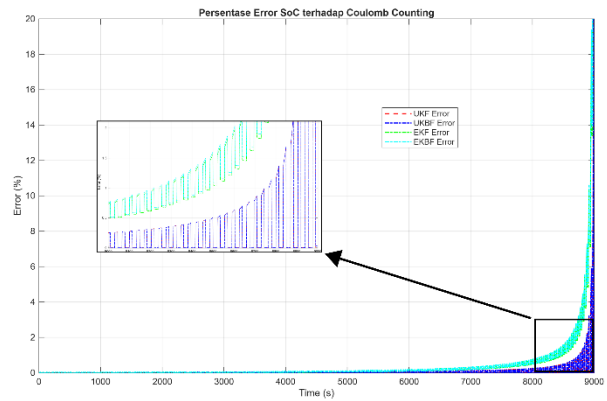
Akurasi model kemudian divalidasi menggunakan data pengujian *pulse discharge-relaxation* pada tiga kondisi temperatur, yaitu 30°C, 40°C, dan 50°C. Pada setiap pengujian, tegangan hasil simulasi dibandingkan dengan tegangan pengukuran eksperimen, disertai grafik *error* untuk melihat besar deviasi dinamis pada setiap siklus

pulse. Hasil validasi menunjukkan bahwa pada suhu 30°C, model mampu mengikuti bentuk gelombang tegangan dengan sangat baik dengan nilai *residual mean* sebesar 1.47 mV dan maksimum 142.55 mV. Pada suhu 40°C, akurasi tetap terjaga dengan *residual mean* 3.85 mV dan residual maksimum 174.19 mV. Sementara itu, pada suhu 50°C, meskipun terdapat beberapa lonjakan *error* sesaat pada pergantian *pulse* akibat dinamika impedansi baterai yang berubah cepat pada temperatur tinggi, hasil simulasi tetap konsisten dengan tren tegangan aktual dengan *residual mean* sebesar 5.78 mV. Grafik perbandingan antara tegangan simulasi dan data eksperimen untuk masing-masing suhu ditampilkan pada gambar 5.

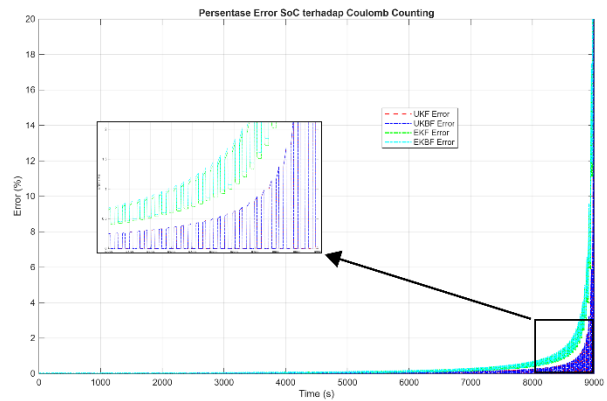
B. Model Baterai

Visualisasi persentase *error* SoC terhadap metode referensi Coulomb Counting pada tiga variasi suhu 30°C, 40°C, dan 50°C menunjukkan pola yang sangat konsisten di seluruh pengujian. Pada setiap kondisi suhu, grafik *error* memperlihatkan bahwa sepanjang sebagian besar waktu pengujian, keempat estimator menghasilkan *error* yang sangat kecil dan hampir tidak dapat dibedakan satu sama lain. Hal ini menunjukkan bahwa baik EKF, EKBF, UKF, maupun UKBF memiliki kemampuan yang baik dalam mengikuti dinamika SoC selama baterai berada pada rentang SoC menengah hingga tinggi. Kestabilan ini sejalan dengan karakteristik OCV–SoC yang relatif landai pada rentang tersebut, sehingga variasi tegangan kecil tidak menyebabkan deviasi estimasi yang signifikan.

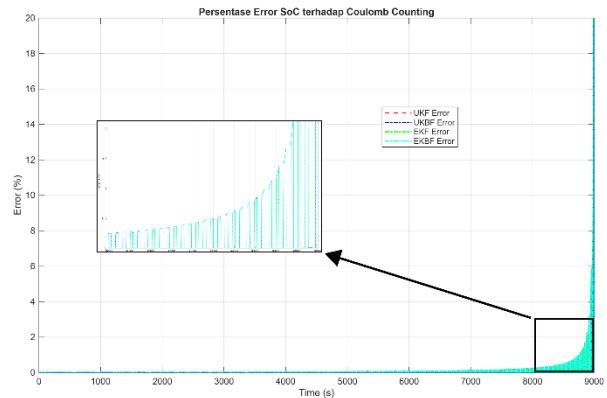
Perbedaan mulai terlihat ketika mendekati akhir pengujian, yaitu pada saat SoC rendah, di mana ketiga grafik pada semua suhu memperlihatkan peningkatan *error* yang tajam sebagaimana dapat diamati dalam gambar 6 hingga gambar 8. Fenomena ini terjadi karena daerah SoC rendah memiliki gradien OCV yang curam, sehingga *noise* tegangan kecil atau kesalahan prediksi RC dapat menghasilkan perbedaan SoC yang besar ketika dihitung kembali terhadap kurva OCV. Meskipun lonjakan *error* ini terjadi pada seluruh algoritma, bentuk kurva menunjukkan bahwa UKF dan UKBF secara konsisten mempertahankan *error* yang sedikit lebih rendah dibanding EKF dan EKBF pada semua suhu. Hal ini sejalan dengan hasil MAE dan RMSE pada tabel 3 yang menunjukkan keunggulan metode Unscented dalam menangani nonlinieritas model baterai pada kondisi dinamis.



Gambar 6. Presentase Error pada suhu 30°C



Gambar 7. Presentase Error pada suhu 40°C



Gambar 8. Presentase Error pada suhu 50°C

Tabel 3. Presentase error algoritma

Suhu	Algoritma	MAE	RMSE	MAPE
30	UKF	1.11050	1.75632	0.0807472
	UKBF	1.10944	1.75391	0.0806943
	EKF	3.47931	4.20837	0.5302026
	EKBF	3.61661	4.34715	0.5493794
40	UKF	0.01110	0.01756	0.0807472
	UKBF	0.01109	0.01754	0.0806947
	EKF	0.03135	0.03770	0.4554832
	EKBF	0.03340	0.03969	0.4822118
50	UKF	0.01110	0.01756	0.0807472
	UKBF	0.01110	0.01754	0.0807194
	EKF	0.01110	0.01756	0.0807277

	EKBF	0.01109	0.01754	0.0806944
--	------	---------	---------	-----------

Hasil pengujian pada tabel 3 menunjukkan bahwa algoritma berbasis Unscented secara konsisten memberikan tingkat akurasi terbaik pada seluruh skenario, sementara algoritma berbasis Extended menunjukkan error yang lebih besar, terutama pada suhu rendah. Pada suhu 30°C, UKF dan UKBF memperoleh MAE sekitar 1.11 dengan RMSE 1.75, jauh lebih rendah dibanding EKF yang mencapai MAE 3.48 dan EKBF 3.62. Hal ini mengindikasikan bahwa pada kondisi suhu rendah, dinamika nonlinier baterai lebih dominan sehingga pendekatan Unscented Transformation mampu memberikan representasi yang lebih akurat dibanding linearization berbasis Jacobian.

Pada suhu 40°C, seluruh algoritma menunjukkan peningkatan akurasi, tetapi pola perbandingan tetap konsisten. UKF dan UKBF memberikan MAE sekitar 0.0111 dengan RMSE 0.0175, sedangkan EKF dan EKBF memiliki MAE 0.031 dan 0.033. Error EKF dan EKBF yang masih berada sekitar tiga kali lebih tinggi dibanding UKF/UKBF mempertegas bahwa metode EKF cenderung kurang mampu menangani nonlinieritas OCV pada rentang suhu menengah. Selain itu, nilai MAPE UKF dan UKBF juga tetap berada di sekitar 0.08%, jauh lebih kecil dibanding algoritma extended yang mencapai 0.45 hingga 0.48%.

Pada suhu 50°C, keempat algoritma menunjukkan performa yang hampir identik, dengan MAE berada pada kisaran 0.0111, RMSE sekitar 0.0175, dan MAPE 0.0807%. Konvergensi error pada suhu tinggi ini menandakan bahwa karakteristik baterai menjadi lebih linier saat temperatur meningkat, sehingga perbedaan pendekatan linear dengan algoritma EKF dan nonlinear dengan algoritma UKF tidak lagi menghasilkan gap akurasi yang signifikan.

IV. KESIMPULAN

Penelitian ini berhasil memodelkan baterai *Lead-Acid* 12 V 7 Ah menggunakan model *Thevenin* orde dua dan melakukan identifikasi parameter baterai berdasarkan uji *pulse discharge-relaxation* serta pengambilan OCV pada arus rendah. Model yang dikembangkan mampu mereproduksi respon tegangan eksperimental dengan residual rata-rata yang rendah pada tiga kondisi suhu, yaitu 30 °C, 40 °C, dan 50 °C, sehingga layak digunakan sebagai dasar dalam pengujian estimator *State of Charge* (SoC). Analisis parameter terhadap variasi suhu menunjukkan adanya perubahan signifikan pada nilai resistansi dan kapasitansi yang memengaruhi dinamika polarisasi cepat dan lambat, yang menegaskan pentingnya memasukkan efek

kompensasi suhu dalam perancangan model baterai dan estimator untuk aplikasi nyata. Perbandingan performa empat algoritma estimasi, yaitu Extended Kalman Filter (EKF), Extended Kalman–Bucy Filter (EKBF), Unscented Kalman Filter (UKF), dan Unscented Kalman–Bucy Filter (UKBF), menunjukkan bahwa algoritma berbasis Unscented secara konsisten memberikan tingkat akurasi dan kestabilan terbaik, terutama pada rentang SoC rendah dan kondisi nonlinier yang kuat, sedangkan EKF dan EKBF menghasilkan *error* yang lebih besar pada suhu rendah dan menengah akibat keterbatasan proses linearisasi berbasis Jacobian. Pada suhu tinggi, perbedaan performa antar algoritma menjadi lebih kecil karena karakteristik baterai cenderung lebih linear. Berdasarkan temuan tersebut, algoritma UKF dan UKBF direkomendasikan untuk implementasi *Battery Management System* (BMS) yang menuntut akurasi estimasi SoC yang tinggi.

REFERENSI

- [1] F. Hassan, M. El-Bably, dan R. I. Mubarak, "State of Charge (SoC) Accurate Estimation Using Different Models of LSTM," *WEVJ*, vol. 16, no. 10, hlm. 572, Okt 2025, doi: 10.3390/wevj16100572.
- [2] Q. Huang *dkk.*, "State of Charge Estimation in Batteries for Electric Vehicle Based on Levenberg–Marquardt Algorithm and Kalman Filter," *WEVJ*, vol. 15, no. 9, hlm. 391, Agu 2024, doi: 10.3390/wevj15090391.
- [3] M. Oloyede, G. Akpakwu, H. Myburgh, A. De Freitas, dan T. Kunatsa, "A Review on State-of-Charge Estimation Methods, Energy Storage Technologies and State-of-the-Art Simulators: Recent Developments and Challenges," *WEVJ*, vol. 15, no. 9, hlm. 381, Agu 2024, doi: 10.3390/wevj15090381.
- [4] J. Guo, S. Liu, dan R. Zhu, "An unscented kalman filtering method for estimation of state-of-charge of lithium-ion battery," *Front. Energy Res.*, vol. 10, hlm. 998002, Jan 2023, doi: 10.3389/fenrg.2022.998002.
- [5] X. Zhang, Z. Li, D. Zhou, dan M. Chen, "State-of-Charge Estimation for *Lead-Acid* Battery Using Isolation Forest Algorithm and Long Short Term Memory Network With Attention Mechanism," *IEEE Access*, vol. 11, hlm. 49193–49204, 2023, doi: 10.1109/ACCESS.2023.3274045.
- [6] Q. Liu dan Q. Yu, "The lithium battery SOC estimation on square root unscented Kalman filter," *Energy Reports*, vol. 8, hlm. 286–294, Okt 2022, doi: 10.1016/j.egyr.2022.05.079.
- [7] W. Zhou, Y. Zheng, Z. Pan, dan Q. Lu, "Review on the Battery Model and SOC Estimation Method," *Processes*, vol. 9, no. 9, hlm. 1685, Sep 2021, doi: 10.3390/pr9091685.

- [8] L. Hu, R. Hu, Z. Ma, dan W. Jiang, "State of Charge Estimation and Evaluation of Lithium Battery Using Kalman Filter Algorithms," *Materials*, vol. 15, no. 24, hlm. 8744, Des 2022, doi: 10.3390/ma15248744.
- [9] H. Wang, Y. Zheng, dan Y. Yu, "Lithium-Ion Battery SOC Estimation Based on Adaptive Forgetting Factor Least Squares Online Identification and Unscented Kalman Filter," *Mathematics*, vol. 9, no. 15, hlm. 1733, Jul 2021, doi: 10.3390/math9151733.
- [10] M. Bašić, D. Vukadinović, V. Višnjić, dan I. Rakić, "Dynamic Equivalent Circuit Models of *Lead-Acid* Batteries – A Performance Comparison," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 55, no. 4, hlm. 189–194, 2022, doi: 10.1016/j.ifacol.2022.06.031.
- [11] R. Rakhmawati, S. Suttedjo, F. N. Oktaviani, I. Irianto, D. S. Yanaratri, dan A. F. Adila, "Estimasi State of Charge pada Baterai Lead Acid menggunakan Elman Recurrent Neural Network," *ELKOMIKA*, vol. 11, no. 4, hlm. 864, Okt 2023, doi: 10.26760/elkomika.v11i4.864.
- [12] E. Akarslan dan S. M. Çinar, "A Battery Management System Design Including a SOC Estimation Approach for *Lead-Acid* Batteries," *Journal of Materials and Mechatronics: A*, vol. 3, no. 2, hlm. 300–313, Des 2022, doi: 10.55546/jmm.1193510.
- [13] Department of Physics, College of Science, Al-Nahrain University, Baghdad- Iraq, S. Raji, Z. M. Kubba, dan Department of Physics, College of Science, Al-Nahrain University, Baghdad- Iraq, "Design and Simulation of *Lead-Acid* Battery," *ANJS*, vol. 23, no. 3, hlm. 39–44, Sep 2020, doi: 10.22401/ANJS.23.3.05.
- [14] H. Rezk, S. Ferahtia, R. M. Ghoniem, A. Fathy, M. M. Ghoniem, dan R. Alkanhel, "Robust Parameter Identification Strategy for Lead Acid Battery Model," *Batteries*, vol. 8, no. 12, hlm. 283, Des 2022, doi: 10.3390/batteries8120283.
- [15] M. Souaihia, B. Belmadani, dan R. Taleb, "A robust state of charge estimation for multiple models of lead acid battery using adaptive extended Kalman filter," *Bulletin EEI*, vol. 9, no. 1, hlm. 1–11, Feb 2020, doi: 10.11591/eei.v9i1.1486.
- [16] A. B. Khan, A. S. Akram, dan W. Choi, "State of Charge Estimation of Flooded Lead Acid Battery Using Adaptive Unscented Kalman Filter," *Energies*, vol. 17, no. 6, hlm. 1275, Mar 2024, doi: 10.3390/en17061275.
- [17] J. A. Palacio-Fernández dan E. G. Quintero, "Kalman filter applied to *Thevenin*'s modeling of a *Lead-Acid* battery," *IJECE*, vol. 12, no. 2, hlm. 1350, Apr 2022, doi: 10.11591/ijece.v12i2.pp1350-1357.
- [18] S. G dan A. P. N, "An extended Kalman-Bucy filter for state of charge estimation of 2-RC network modelled Li-ion battery," *e-Prime - Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy*, vol. 6, hlm. 100362, Des 2023, doi: 10.1016/j.prime.2023.100362.